

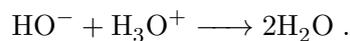
Exercice 1 - Précision de la verrerie en chimie : On souhaite comparer la qualité de prélèvement de 100 mL d'eau à l'aide d'un bécher, d'une éprouvette graduée et d'une fiole jaugée.

Pour cela, une cinquantaine de prélèvements ont été effectués avec chaque verrerie, puis la quantité d'eau prélevée a été pesée. Ainsi, en connaissant la masse volumique de l'eau, on est en capacité de mesurer précisément le volume de liquide prélevé.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de prélèvements
Bécher	98.7 mL	1.6 mL	37
Éprouvette graduée	99.5 mL	0.6 mL	65
Fiole jaugée	100.1 mL	0.3 mL	49

1. Est-ce que ces informations permettent de savoir quel dispositif permet d'obtenir le volume le plus proche de 100 mL lors d'un unique prélèvement ?
2. Quelle est l'incertitude-type associée à un prélèvement avec chaque récipient ?
3. En déduire la verrerie la plus raisonnable à utiliser pour espérer le prélèvement le plus reproductible ?

Exercice 2 - Précision de dosages acide-base : On souhaite comparer les dosages acide-base par colorimétrie et par suivi pH-métrique. Dans les deux cas, l'équation support de la réaction de dosage est la suivante :



Une solution de $V_0 = 100 \text{ mL}$ contenant les ions HO^- à la concentration $c_1 = 10^{-2} \text{ mol/L}$ est dosée par une solution de chlorure d'hydrogène contenant les ions H_3O^+ à la concentration $c_2 = 10^{-1} \text{ mol/L}$. Le volume équivalent attendu est $V_{\text{eq}} = \frac{V_0 c_1}{c_2}$.

1. Donner la valeur du volume d'équivalence théorique attendu.
2. Par une autre expérience, on a évalué une incertitude-type relative sur le volume V_0 de 0.3% et sur les concentrations préparées de 1%. En déduire l'incertitude-type du volume attendu dans les conditions de préparation de l'expérience.

Dix élèves réalisent chacun un dosage par suivi colorimétrique et un dosage par suivi pH-métrique. Leurs données expérimentales sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

Groupe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_{eq} colorimétrique (en mL)	9,6	10,3	10,2	10,5	11,0	9,2	10,3	9,9	9,2	9,6
V_{eq} pH-métrique (en mL)	10,1	10,0	9,7	9,7	9,7	10,0	10,2	9,9	9,8	10,3

3. Quel dosage a la plus faible incertitude-type ?
4. En utilisant les données de chaque type de dosage, quels sont les deux résultats finaux de chaque dosage ?
5. Ces résultats sont-ils compatibles avec la valeur théorique ?

Exercice 3 - Mesure d'absorbance pour déterminer une concentration inconnue : On souhaite connaître la quantité de colorant alimentaire E131 dans un bonbon gélifié.

Pour cela, on souhaite mesurer l'absorbance d'une solution dans laquelle le bonbon aura été dissout. Pour cela, on prépare cinq solutions étalonnées en concentration de E131. La préparation de ces solutions implique une pesée du colorant solide, une dissolution, un prélèvement puis une dilution.

La mesure au spectromètre est réalisée à $\lambda = 640 \text{ nm}$, la longueur d'onde présentant le maximum d'absorbance. L'incertitude-type relative d'une mesure du spectromètre est de 2%.

Un premier groupe d'élèves prépare les solutions et mesure les valeurs suivantes.

c (en mol/L)	2×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1×10^{-5}	5×10^{-6}	2×10^{-6}
$A_{640\text{ nm}}$	1.719	1.372	0.768	0.442	0.201

On rappelle que la loi de Beer-Lambert implique, aux faibles concentrations, la relation $A = kc$ avec k une constante.

Détermination de la concentration pour un groupe d'élève

- Déterminer une valeur de k ainsi que son incertitude-type sur une mesure unique.
- Un bonbon gélifié est entièrement dissous dans 50 mL d'eau (d'incertitude-type relative de 0.3%), l'absorbance mesurée de cette solution est de 0.778. En déduire la concentration de la solution ainsi que son incertitude-type.
- La masse molaire du E131 est de $M = 582.66$ g/mol et est d'incertitude-type négligeable. En déduire la masse de colorant dans le bonbon ainsi que son incertitude-type.

Utilisation d'une droite d'étalonnage

Plutôt que de réaliser un traitement statistique sur les données étalonnées, on souhaite utiliser une droite d'étalonnage.

- Déterminer la valeur de k à l'aide d'une régression linéaire.
- L'absorbance de la solution inconnue est toujours de 0.778, en déduire la valeur de la masse de colorant dans le bonbon.

Pour estimer l'incertitude-type de cette mesure, on utilise les valeurs mesurées de 9 autres groupes d'élèves, regroupées dans le tableau ci-dessous.

Groupe	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m (en μg)	230	178	261	206	198	206	260	186	195

- Estimer l'incertitude-type sur la masse de colorant dans le bonbon en suivant ce protocole pour une mesure unique.
- Pour gagner en précision, on prend la moyenne des réalisations pour estimer la masse. Estimer la masse et son incertitude-type en suivant cette méthode.
- Les deux valeurs trouvées sont-elles compatibles ?
- Discuter les écarts d'incertitudes-types entre les expériences.

Exercice 4 - Mesures de la vitesse du son à l'aide d'ultrasons : On se propose de mesurer la fréquence et la célérité dans l'air des ultrasons produits en utilisant deux propriétés différentes du son. L'étude de la célérité de l'onde est importante, puisque sa connaissance permet de mesurer des distances (à partir de mesures de temps). Cette célérité dépend du milieu dans lequel se propage l'onde.

L'émetteur d'ultrasons est alimenté par une source de tension continue de 15 V. Il peut émettre soit un signal continu (signal sinusoïdal permanent), soit un signal en salves (signal intermittent). Un commutateur permet de sélectionner l'un ou l'autre de ces signaux.

Un récepteur ultrasonore transforme l'onde ultrasonore, à l'endroit où il est situé, en une tension électrique de même fréquence et d'amplitude proportionnelle à celle de l'onde. Les récepteurs seront donc connectés aux entrées d'un oscilloscope afin de visualiser les signaux.

L'émetteur et les récepteurs seront placés sur un banc acoustique gradué permettant de relever leur position.

Mesure par temps de vol : Les deux récepteurs sont tous deux reliés à l'oscilloscope numérique ce qui permet de mesurer le temps de vol de la salve entre les deux récepteurs.

- Au cours d'une première mesure, un premier groupe d'élèves mesure un temps de vol de 0.59 ms pour des émetteurs séparés de 20 cm. En déduire la valeur calculée de la célérité du son.

Pour estimer son incertitude-type, la mesure a été reproduite 9 fois de plus.

d (en cm)	10	13	17	22	26	30	33	37	40
τ (en ms)	0.27	0.38	0.50	0.66	0.73	0.90	0.96	1.09	1.15

Tab. 1 – Mesures du temps de vol des ultrasons pour différentes distances entre récepteurs.

2. Tracer l'histogramme de distribution des 10 valeurs de vitesse.
3. Calculer l'incertitude-type du processus de mesure.
4. Calculer la valeur moyenne de la célérité obtenue par le premier groupe d'élèves.

Pour estimer l'incertitude-type de cette mesure de moyenne, les onze groupes d'élèves ont mis en commun leur mesure de moyenne effectuée sur 10 mesures individuelles.

Groupe	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
c_{moy} (en m/s)	343.8	339.2	343.0	343.9	340.5	335.8	344.3	341.0	346.5	337.9

Tab. 2 – Mesures de la vitesse du son moyenne sur 10 mesures pour 10 autres groupes d'élèves.

5. En déduire l'incertitude-type expérimentale sur la moyenne de la célérité.
6. Comparer cette valeur expérimentale de l'incertitude-type de la moyenne au résultat de la formule théorique fournie dans le cours.

Mesure par aspect ondulatoire : L'émetteur fonctionne cette fois en mode continu. Les deux récepteurs sont tous deux reliés à l'oscilloscope numérique.

Un des récepteurs est maintenu fixe et tandis que le second se déplace sur le rail. On observe le signal périodique du second récepteur se déplacer sur l'écran de l'oscilloscope. Lorsque les deux récepteurs sont côte à côte, on observe la superposition des signaux.

On peut montrer que les signaux coïncident lorsqu'ils sont décalés spatialement d'un multiple entier de la longueur d'onde λ .

On déplace donc lentement le second récepteur en comptant le nombre de coïncidences des signaux. Lorsque 10 coïncidences sont passées, on constate que le second récepteur est à la position 28.6 cm tandis que le premier est toujours à la position 20.2 cm.

7. Estimer à l'aide de la formule du cours l'incertitude-type sur la position d'un détecteur.
8. Estimer la distance séparant les détecteurs et en déduire avec la formule du cours son incertitude-type.
9. En déduire une valeur de la longueur d'onde λ et de son incertitude-type.

On mesure sur l'oscilloscope la période d'un des signaux. On trouve $T = 24.4 \mu\text{s}$. Le calibre choisi dans la base temporelle de l'oscilloscope permet une mesure précise à $0.1 \mu\text{s}$ près.

10. En déduire l'incertitude-type sur la période $u(T)$.
11. Calculer la célérité du son en utilisant la relation $c = \lambda/T$ et estimer son incertitude-type à l'aide de la formule du cours.
12. Les deux mesures de célérité sont-elles compatibles entre elles ?
13. À l'aide d'une simulation Monte-Carlo sur python, retrouver une valeur de la célérité et une valeur d'incertitude-type à partir des mesures directes des positions des détecteurs et de la période (le code est à fournir avec la copie).

Exercice 5 - Détermination de la valeur d'une capacité : Lors d'une séance de travaux pratiques, des élèves ont réalisé le circuit suivant de la charge d'un condensateur.

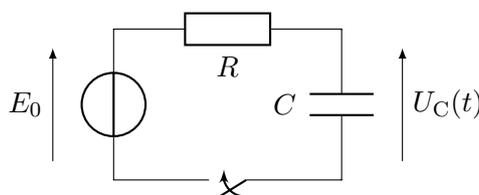


Fig. 1 – Schéma électrique de la charge du condensateur.

À l'aide d'un logiciel, ils ont réalisé un ajustement exponentiel de la tension $U_C(t)$ dans le but de mesurer la constante de temps τ . Une étiquette sur le condensateur utilisé indique $1.00 \mu\text{F}$. Le tableau ci-dessous regroupe leurs données pour différentes valeurs de la résistance R .

La résistance R est mesurée avec une incertitude-type relative de 2% tandis que la constante de temps est donnée par le logiciel avec une incertitude-type relative de 4%.

On rappelle que théoriquement, la constante de temps est définie par $\tau = RC$ avec R la résistance totale du circuit.

R (en Ω)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
τ (en ms)	151	240	356	458	547	651	741	843	949	1041

Tab. 3 – Mesures de la constante de temps τ pour différentes résistances.

Traitement statistique des données.

1. Calculer $C = \tau/R$ pour toutes les données. En déduire une valeur moyenne de C ainsi que son incertitude-type.
2. Conclure sur la compatibilité entre la mesure et la valeur affichée sur le condensateur.

Utilisation de la régression linéaire.

3. Tracer τ en fonction de R , que constatez vous? Qu'en déduisez vous sur le modèle proposé.
4. Réaliser une régression linéaire à l'aide d'une simulation Monte-Carlo pour en déduire les paramètres du modèle ainsi que leurs incertitudes-type.
5. Conclure sur les valeurs mesurées.

Éléments de réponse :

<p>2 - 2. $V_{\text{eq, théo}} = (10.00 \pm 0.14)$ mL; 3. $u(V_{\text{eq, col}}) = 0.58$ mL, $u(V_{\text{eq, pH}}) = 0.22$ mL; 4. $V_{\text{eq, col}} = (9.98 \pm 0.18)$ mL, $V_{\text{eq, pH}} = (9.94 \pm 0.07)$ mL; 5. $E_{N, \text{col}} =$</p>	<p>0.09, $E_{N, \text{pH}} = 0.38$. 3 - 1. $k = 8.60 \times 10^4$ L/mol, $u(k) = 0.77 \times 10^4$ L/mol; 2. $c = (9.05 \pm 0.81) \times 10^{-6}$ mol/L; 3. $m = (263 \pm 23)$ μg; 6. $u(m) = 31$ μg; 7.</p>	<p>$m = (218 \pm 10)$ μg. 4 - 1. 339.0 m/s; 3. $u(c) = 11$ m/s; 5. $c_{\text{moy}} = (344.5 \pm 3.3)$ m/s; 7. (28.600 ± 0.029) cm; 8. (8.400 ± 0.041) cm; 11. $c = (344.4 \pm 1.8)$ m/s.</p>
--	---	--